Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет “ЛЭТИ”

Кафедра МОЭВМ

**ОТЧЕТ**

**по дисциплине «Методы оптимизации»**

**Лабораторная работа №3**

**«РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ И ДВОЙСТВЕННОЙ ЗАДАЧ»**

**Выполнил:** Сучков А.И.

**Группа:** 3381

**Факультет:**  КТИ

**Вариант:** 2

**Преподаватель:** Мальцева Н.В.

**1. Цель работы**

Постановка задачи линейного программирования и её решение с помощью стандартной программы; исследование прямой и двойственной задачи.

**2. Содержательная постановка задачи**

Рассмотрим задачу оптимального использования материалов при условии, что заданный план изготовления может быть выполнен или перевыполнен: при изготовлении обуви используют, в частности, жесткую кожу – черпак, ворот и др. Каждый из видов в свою очередь делится на несколько категорий по средней толщине. ГОСТом предусмотрено изготовление деталей из определенного вида кожи. Одна и та же деталь может быть изготовлена из разных видов кожи, причем из этих же кож изготовляют и другие детали. Исходные данные приведены в таблице 1.

В наличии имеется 0,9 тыс. кв. м. чепрака толщиной 4,01 – 4,5 мм по цене 14,4 р. за 1 кв. м.; 0,8 тыс. кв. м. черпака толщиной 4,51 – 5,0 мм по цене 16 р. за 1 кв. м.; 5,0 тыс. кв. м. ворота толщиной 3,5 – 4,0 мм по цене 12,8 р. за 1 кв. м.; 7,0 тыс. кв. м. ворота толщиной 4,51 – 5,0 мм по цене 10,5 р. за 1 кв. м.

Таблица 1 – Исходные данные задачи

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Толщина детали, мм | Количество деталей по плану,  тыс. шт. | Количество деталей, которые можно изготовить из  1000 кв. м. кожи, тыс. шт., при толщине | | | |
| чепрака, мм | | ворота, мм | |
| 4,01 – 4,5 | 4,51 – 5,0 | 3,5 – 4,0 | 4,51 – 5,0 |
| 3,9 | 21 | 26,5 | 7,8 | - | - |
| 3,0 | 30 | 51,0 | 26 | 45,7 | - |
| 2,5 | 500 | - | - | 5,0 | 72,5 |

**3. Формальная постановка задачи**

Пусть *xi* – количество приобретенной кожи каждого вида. Целевая функция есть функция стоимости выполнения плана:



Система ограничений для данной задачи имеет вид:



В матричном виде:

;

**4. Результаты решения исходной задачи линейного программирования**

Листинг 1 – Решение прямой задачи

Решение задачи линейного программирования

-------------------------------------------

Целевая функция:

14.4 16 12.8 10.5 --> min

Ограничения:

26.5 7.8 0 0 >=21

51 26 45.7 0 >=30

0 0 5 72.5 >=500

-1 0 0 0 >=-.9

0 -1 0 0 >=-.8

0 0 -1 0 >=-5

0 0 0 -1 >=-7

Решение:

-------

x1= 0.792

x2= 0.000

x3= 0.000

x4= 6.897

Значение целевой функции f = 83.825

Оптимальная точка , значение в оптимальной точке .

Это означает, что для достижения минимальных затрат необходимо выделить 0,792 тыс. м2

чепрака толщиной 4,01 – 4,5 мм и 6,897 тыс. м2 ворота толщиной 4,51 – 5,0 мм. А на черпак толщиной 4,51 – 5,0 мм и ворота толщиной 3,5 – 4,0 мм для достижения минимальных затрат лучше не выделять вообще.

**5. Постановка двойственной задачи линейного программирования**

Исходная задача – задача минимизации, двойственная задача - максимизации. Для этого транспонируем матрицу из исходной задачи:



Целевая функция двойственной задачи:



Система ограничений имеет вид:



**6. Результаты решения двойственной задачи**

Листинг 2 – Решение двойственной задачи

Решение задачи линейного программирования

-------------------------------------------

Целевая функция:

21 30 500 -.9 -.8 -5 -7 --> max

Ограничения:

26.5 51 0 -1 0 0 0 <=14.4

7.8 26 0 0 -1 0 0 <=16

0 45.7 5 0 0 -1 0 <=12.8

0 0 72.5 0 0 0 -1 <=10.5

Решение:

-------

x1= 0.543

x2= 0.000

x3= 0.145

x4= 0.000

x5= 0.000

x6= 0.000

x7= 0.000

Значение целевой функции f = 83.825

Оптимальная точка 

Из полученных результатов можно увидеть, что при малом приращении Δ*b1* плана по деталям первого типа общая стоимость возрастет на 0,543∆*b1*. Аналогично, при малом приращении ∆*b3* плана по деталям третьего типа общая стоимость возрастет на 0,145∆*b3*. Изменение параметров плана по второму типу деталей к изменению стоимости не приведет.

**7. Определение коэффициентов чувствительности исходной задачи**

Фиксируем . И имеем следующее оптимальное значение целевой функции *φ(0)* = 83,825 при .

Составим таблицу вычисленных значений коэффициентов чувствительности. Результаты приведены в Таблице 2.

Таблица 2 – Значения коэффициентов чувствительности для *bi*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *i* | *bi* |  |  |  |
| 1 | 21 | 21,01 | 83,831 | 0,6 |
| 2 | 30 | 30,01 | 83,825 | 0 |
| 3 | 500 | 500,01 | 83,827 | 0,2 |
| 4 | -0,9 | -0,89 | 83,825 | 0 |
| 5 | -0,8 | -0,79 | 83,825 | 0 |
| 6 | -5 | -4,99 | 83,825 | 0 |
| 7 | -7 | -6,99 | 83,825 | 0 |

Получили вектор коэффициентов чувствительности . Можно заметить, что полученный вектор соответствует вектору решения двойственной задачи.

**8. Определение коэффициентов чувствительности двойственной задачи**

Фиксируем . И имеем следующее оптимальное значение целевой функции

*φ(0)* = 83,825 при .

Составим таблицу вычисленных значений коэффициентов чувствительности. Результаты приведены в Таблице 3.

Таблица 3 – Значения коэффициентов чувствительности для *ci*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *i* | *ci* |  |  |  |
| 1 | 14,4 | 14,41 | 83,833 | 0,8 |
| 2 | 16 | 16,01 | 83,825 | 0 |
| 3 | 12,8 | 12,81 | 83,825 | 0 |
| 4 | 10,5 | 10,51 | 83,894 | 6,9 |

Получили вектор коэффициентов чувствительности . Можно заметить, что полученный вектор соответствует вектору решения исходной задачи.

**9. Вывод**

В результате выполнения работы было установлено соответствие между прямой и двойственной задачей. Была экспериментально подтверждена теорема о двойственности и проверено утверждение об оптимальной точке для соотношения  в видоизмененной задаче. При этом установлено, что координаты экстремальной точки для двойственной задачи являются коэффициентами чувствительности результата в исходной задаче по коэффициентам вектора *B*.